

支援を要する機器の動作状態表現

松岡 猛[†]

[†]宇都宮大学大学院工学研究科 〒321-8585 宇都宮市陽東 7-1-2

E-mail: [†] mats@cc.utsunomiya-u.ac.jp

あらまし ループ構造を持ったシステムの信頼性解析、アベイラビリティ解析を実施する上で基礎となる機器運転状態の表現式を与えた。機器を SS-type（自己支援型）、G-type（生成型）、T-type（伝達型）の3種類に分類し、それぞれの運転状態表現式を論じた。また、複数の機器が並列で単一機器を支援する場合に見られる“Takeover”現象の表現式も与えた。この“Takeover”現象はループ運転形成時に基本的な役割を果たしている。

キーワード 機器動作状態, 信頼性解析, ループ構造, “Takeover”現象

Expression of operating states for a component supported by other Component

Takeshi MATSUOKA[†]

[†] Graduate school of Engineering, Utsunomiya University, 7-1-2 Yoto, Utsunomiya City, Tochigi, 321-8585 Japan

E-mail: [†] mats@cc.utsunomiya-u.ac.jp

Abstract Expressions are given for operating states of a component. The expressions are used in the reliability analysis or availability analysis of a system with loop structures. It is revealed that components are necessary to be classified into three types; SS-type, G-type and T-type. The expressions of operating states are given for these three type components. It is shown that the "Takeover" phenomenon appears if a component is supported by two parallel components. This phenomenon has an essential role in the process of establishing loop-operating state.

Keyword Operating state of a component, Reliability analysis, Loop structure, Takeover phenomenon

1. 序論

工学システム内にループ構造がある場合、ループ内で生成した出力をフィードバックして再度入力として使用することにより、外部からの支援無しに自立した運転が実現できる。このシステム設計は、システムの高信頼性を実現するために利用されている。

ループ構造を構成する機器の性質を検討すると、これらの機器の運転には他機器からの支援が入力として必用となっている。もし、ループ構造中に支援なしに運転継続が可能な自立的機器が一つでもあるとループ構造による運転を取る必要がなくなる。

それ故、本論では他機器からの支援を必用とする機器の運転状態について検討し、ループ構造を持ったシステムの信頼性解析、アベイラビリティ解析実施のための表現形式を与える。

2. 機器の分類

システムを構成する機器／要素を3種類に分類して取り扱って行く必要がある。

第一のタイプは外部からの支援なしに運転の継続が可能である機器で自己支持型（SS-type : Self-sustained type）と本論文では呼ぶ。具体的な例と

しては、蓄電池、アイソトープ電池、蓄圧タンク、高所に設置された給水タンク、外部電源等が考えられる。

第二の種類は出力を生成するためには他の機器からの支援（入力）を必要とし、ループ運転を継続するのに必要な駆動力を生成する性質を持っている機器である。生成型（G-type : Generative type）と本論文では呼ぶことにする。G-typeの機器では起動指令が与えられても必要とされている入力がない場合には運転状態とはならず、出力を生成することはできない。具体的な例としては、エンジン、電動モータ、ポンプ等がある。これらの機器は健全状態であっても燃料、電力、給水等の入力がない場合は起動指令を与えても、それぞれ期待される動力、水流等の出力を生成することはできない。

第三の種類は伝達型（T-type : Transmitter type）である。この機器でも入力がない場合には出力を生成することはできない。出力は入力と同一の性質のもの、あるいは性質を変換したものを供給する。このタイプの機器の例としては、配管、電線、変圧器、エネルギー変換器等がある。ただし、これらの機器はループ運転継続のための駆動力は生成しない。従って T-typeのみでループ構造を作成しても自立的な運転状態を実現す

ることはできない。

3. 表現法の説明

機器 A が時刻 t において待機中で健全である事象を $S_A(t)$ とする。 $S_A(t)$ は時間経過とともに単調に減少する（部分事象となる）連続性を持った事象とする。事象 $S_A(t)$ の発生確率 $\Pr(S_A(t))$ は一例として次式のように表わされる。

$$\Pr(S_A(t)) = S_{A0} \exp\{-\lambda_{A,S}t\}. \quad (1)$$

ここで、 S_{A0} は初期に健全である確率、 $\lambda_{A,S}$ は機器 A の待機中の故障率で一定値の場合である。

次に、起動指令が与えられ運転状態へ移行する場合を考える。起動指令事象を $\sigma_{A,l}$ 、起動指令が与えられた時正常に運転開始する事象を $D_{A,l}$ 、運転開始後の運転中の健全性推移事象を $O_A(t)$ とする。 $O_A(t)$ も時間経過とともに単調に減少する連続性を持った事象とする。ここで、添え字の“A,l”は機器 A へ与えられる第 l 回目の起動指令機会を意味し、その時刻を $t_{A,l}$ と表記する。機器 A が運転中である事象は次式で表現される。

$$S_A(t_{A,1}-t_0)\sigma_{A,1}D_{A,1}O_A(t-t_{A,1}) \quad (2)$$

ここで、 t_0 は検討を開始した時点、つまり初期時刻を意味する。 $S_A(t)\sigma_{A,l}D_{A,l}$ あるいは、 $S_A(t)\sigma_{A,l}D_{A,l}O_A(t)$ と各要素の積のセットで初めて運転状態事象として意味をなす。運転中である事象の発生確率の具体の一例としては次式の表現がある。

$$\Pr(S_A(t_{A,1}-t_0)\sigma_{A,1}D_{A,1}O_A(t-t_{A,1})) = S_{A0} \exp\{-\lambda_{A,S}(t_{A,1}-t_0)\} \Pr(\sigma_{A,1}) \Pr(D_{A,1}) \exp\{-\lambda_{A,O}(t-t_{A,1})\}. \quad (3)$$

ここで、 $\lambda_{A,O}$ は機器 A の運転中の故障率、 $(t-t_{A,1})$ は運転開始後の継続時間である。

時刻 $t > t_{A,1}$ における表記(3)式を見ると、運転状態へ移行後は時刻 $t_{A,1}$ までの待機中の健全性事象 $S_A(t_{A,1}-t_0)$ は確定した事象となっている。同様に起動指令 $\sigma_{A,1}$ と運転開始成功事象 $D_{A,1}$ も確定事象である。時刻 t の関数となっているのは(3)式の場合 $O_A(t-t_{A,1})$ だけである。この区別を明確にするため、変数でない時刻 $t_{A,1}$ 等を $\tau_{A,1}$ の様にギリシャ文字表記とし、変数を含まない事象は確定事象であることの判別が容易な表記法を用いる。

$$S_A(t_{A,1}-t_0)\sigma_{A,1}D_{A,1}O_A(t-t_{A,1}) \Rightarrow S_A(\tau_{A,1}-\tau_0)\sigma_{A,1}D_{A,1}O_A(t-\tau_{A,1}) \quad (4)$$

なお、 $\sigma_{A,1}$ と $\sigma_{A,2}$ はそれぞれ異なる時刻に与えられる起動指令で互いに独立な事象として扱う。

これまでの式において出てきた $S_A(t)$ 、 $O_A(t)$ は機器そのものの特性を表している。 $S_A(t)$ は機器に対して起動指令が一切与えられない場合の健全性であり、 $O_A(t)$ は完全なる起動が達成された後の事象である。いわば基本要素的事象である。これに対し、(2)式は特定の運転条件に置かれた機器が運転状態にある事象である。

機器は一度起動され運転状態になっている場合は再度起動されることはないことに留意する必要がある。 i 回目の起動指令機会において起動され運転状態となっている事象を $A_o^i(t)$ と表記する。

異なる起動指令機会において運転状態となった事象間には、 $A_o^i(t) \cdot A_o^j(t) = \phi$; ($i \neq j$) の関係がある。

4. 機器の運転状態表現

4.1. SS-type 機器

機器 A に外部からの起動指令が与えられる機会が複数回ある場合を考える。各機会において起動指令が与えられる事象を $\sigma_{A,j}$ とし、その時の起動成功事象を $D_{A,j}$ とする。 i 番目の起動指令機会での運転状態となった事象は、前節の表記を用いると一般的に次の式で表される。

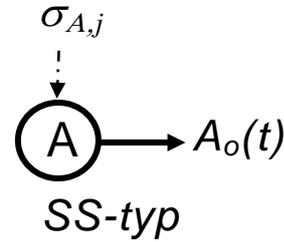


図 1 SS-type の機器

$$A_o^i(t) = \prod_{j=1}^{i-1} \overline{\sigma_{A,j} D_{A,j}} \sigma_{A,i} D_{A,i} S_A(\tau_{A,i} - \tau_0) O_A(t - \tau_{A,i}). \quad (5)$$

ここで $\sigma_{A,j} D_{A,j}$ は起動指令機会 j において起動指令が与えられなかつ起動が成功した事象を意味する。事象 Q の余事象を \bar{Q} で表すと、 $\overline{\sigma_{A,j} D_{A,j}}$ はそれ以外の事象、つまり起動しなかつた事象ということになる。展開して整理すると、 $\overline{\sigma_{A,j} D_{A,j}} = \overline{\sigma_{A,j}} + \overline{D_{A,j}}$ となり、起動指令が与えられなかつた場合と、起動指令が与えられたが起動に失敗した場合から構成されている事がわかる。また、一度運転状態となった機器が停止した場合は故障と考え再度の起動は不可としてある。

さらに、時刻 t において機器 A が運転状態にある全事象は、

$$A_o(t) = \sum_{i=1}^{t_{A,i} \leq t} A_o^i(t) \quad (6)$$

となる。ここで、 $t_{A,i} \leq t$ は時刻 t までの起動指令を考慮することを意味する。

4.2. G-type 機器

次に G-type 機器の運転状態表現について検討する。G-type は他の機器からの支援（入力）を必要とするので、図 2 に示すように SS-type 機器 A により支援されている G-type 機器 B を考える。

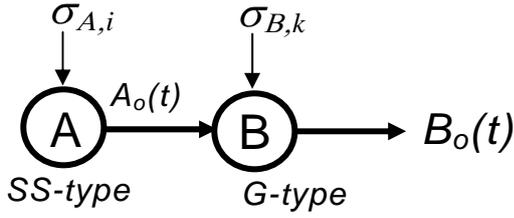


図2 SS-type 機器と G-type 機器の接続

機器 B に複数回の起動指令機会が与えられる場合の時刻 t における機器 B の運転状態の全事象 $B_o(t)$ は次の様になる。

$$B_o(t) = \sum_{i=1}^{t_{A,i} \leq t} \left[A_o^i(t) \cdot \sum_{\substack{t_{B,k} \leq t \\ t_{B,k} \geq t_{A,i}}} \left\{ S_B(\tau_{B,k} - \tau_0) \prod_{\substack{l=1 \\ t_{B,l} \geq t_{A,i}}}^{k-1} \sigma_{B,l} D_{B,l} \cdot \sigma_{B,k} D_{B,k} O_B(t - \tau_{B,k}) \right\} \right] \quad (7)$$

G-type の機器の場合は支援機器の運転状態事象と $S_B(t) \sigma_{B,i} D_{B,i} O_B(t)$ の積で初めて運転状態事象となり得る。B は G-type なので、運転状態事象 $B_o(t)$ は機器 A の運転状態とセットとなっており、システムの動作履歴を反映していることがわかる。(5)式と(7)式との違いはここから出ている。

ここで、(5)式と類似の式

$$B^i(t) = \prod_{j=1}^{i-1} \sigma_{B,j} D_{B,j} \sigma_{B,i} D_{B,i} S_B(\tau_{B,i} - \tau_0) O_B(t - \tau_{B,i}). \quad (8)$$

を定義しておく。ここでは添え字 O (operation) は付いていない。これは G-type 機器の運転には必ず入力が必要であり、(8)式は運転状態を保証するものではないからである。

さらに、厳密には B の運転開始後 A からの入力が途絶えて、停止状態になった時でも機器 B が健全状態を保っており、再度の起動により運転状態となり得る場合もある。取り扱いが複雑になるので本論ではこの事象は除外している。

なお、B の後ろに別の G-type 機器 C が直列に繋がった場合の C の運転状態事象 $C_o(t)$ は(9)式となる。本論では、後続の機器 C が運転状態になくても上流に置かれた機器 B の運転継続は可能であるとした。

$$C_o(t) = \sum_{i=1}^{t_{A,i} \leq t} A_o^i(t) \cdot \left\{ \sum_{\substack{t_{B,k} \leq t \\ t_{B,k} \geq t_{A,i}}} S_B(\tau_{B,k} - \tau_0) \prod_{l=1}^{k-1} \sigma_{B,l} D_{B,l} \cdot \sigma_{B,k} D_{B,k} O_B(t - \tau_{B,k}) \cdot \sum_{\substack{t_{C,m} \leq t \\ t_{C,m} \geq t_{B,k}}} \left(S_C(\tau_{C,m} - \tau_0) \prod_{n=k}^{m-1} \sigma_{C,n} D_{C,n} \cdot \sigma_{C,m} D_{C,m} O_C(t - \tau_{C,m}) \right) \right\} \quad (9)$$

A は時刻 $t_{A,i}$ で起動が成功、B は時刻 $t_{B,k} \geq t_{A,i}$ で起動が成功、C は時刻 $t_{C,m} \geq t_{B,k}$ で起動が成功するという条件を反映した式となっている。

4.3. T-type 機器

T-type 機器の運転状態表現は G-Type と同一となる。

T-type は駆動力を持った出力を生成しない点が G-type と異なるが、運転状態には入力を必用とする点では G-type と同一であるためである。

ただ、T-type は受動的機器である場合が多く、その場合起動指令 σ は必要なく、待機中と運転中の故障率に差が無い場合も出てくる。

5. 複数機器による支援

G-type の機器 C が複数の SS-type 機器による OR 結合の支援を受けて運転する場合を検討してみよう。図3に示す様に、SS-type 機器 A,B にはそれぞれ $t_{A,i}$ 、 $t_{B,j}$ に起動指令機会が設定され、G-type の機器 C には時刻 $t_{C,k}$ に運転の開始指令機会が設定されているとする。

比較的単純なシステムであるが、支援機器の運転状態の履歴と機器 C の起動の時刻との関係で事象の組み合わせが多くなりやや複雑な結果となる。

ここでは簡単のため、各機器に各 1 回の起動指令機会が $t_{A,i} < t_{C,k} < t_{B,j}$ の順に与えられている場合を検討する。

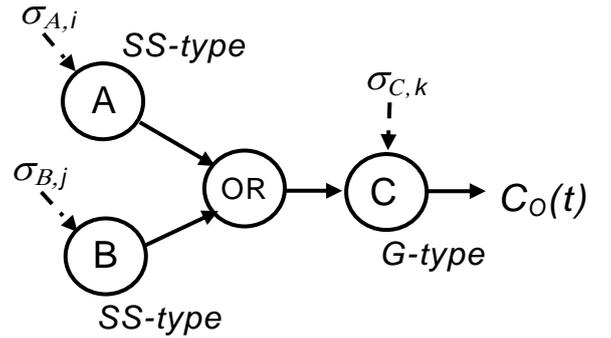


図3 OR 結合された複数機器による支援

時刻 t_1 で機器 A が運転状態となる。

$$A_o^1(t_1) = \sigma_{A,i} D_{A,i} S_A(\tau_1 - \tau_0); \quad t_1 = t_{A,i} \quad (10)$$

時刻 t_2 で機器 C に起動指令が与えられる。

$$A_o^1(t_2) = \sigma_{A,i} D_{A,i} S_A(\tau_1 - \tau_0) O_A(t_2 - \tau_1) \quad (11)$$

$$C_o(1; t_2) = A_o^1(t_2) \sigma_{C,k} D_{C,k} S_C(\tau_2 - \tau_0) = A_o^1(t_2) C^1(t_2) \quad (12)$$

表記 $C_o(1; t_2)$ は機器 C に第 1 回目の起動指令機会があった場合の時刻 t_2 に於ける機器 C の全運転状態事象を意味する。実質的に $C_o(t)$ と同じであるが、何回の起動指令機会を経ているかを明確に示す表記法として導入した。

ここで、機器 C に起動指令が与えられ、新たに運転状態となる事象は、

$$\text{新規起動事象} = \text{支援事象} \cdot \text{C の未運転状態事象} \cdot \text{起動指令} \cdot \text{起動成功事象} \cdot \text{機器健全状態} \cdot (\text{起動後運転状態}) \quad (13)$$

と各事象の積となっている。「(起動後運転状態)」は起動時には存在しないが、起動後の時間経過とともに現れてくるので、括弧の中に入れ (13)式中に記した。

時刻 t_3 で機器 B が運転状態となり機器 C への支援を開始する。

$$A_o^1(t_3) = \sigma_{A,i} D_{A,i} S_A (\tau_1 - \tau_0) O_A (t_3 - \tau_1) \quad (14)$$

$$B_o^1(t_3) = \sigma_{B,j} D_{B,j} S_B (\tau_3 - \tau_0); \quad t_{B,j} = t_3 \quad (15)$$

$$C_o(l; t_3) = A_o^1(t_3) \sigma_{C,k} D_{C,k} S_C (\tau_2 - \tau_0) O_C (t_3 - \tau_2) + B_o^1(t_3) \sigma_{C,k} D_{C,k} S_C (\tau_2 - \tau_0) O_C (t_3 - \tau_2). \quad (16)$$

ここで、C の運転状態事象の式の第 2 項は、既に A の支援で運転状態になっている機器に B の支援が加わった事象を表す。この式で下線は特に着目すべき部分であることを示しているが、数学的な意味は特には無い。時刻 t_3 ではこの項は第 1 項の部分事象であるが、事象 A と B が互いに独立な事象であるため時刻 t_3 以降では第 2 項は第 1 項に含まれない部分が出てくる。

一般に各機器に複数回の起動機会が存在する時で、機器 B の j 番目の起動による運転状態が C を支援している事象をあらわす一般式は次のようになる。

$$B_o^j(t) \left\{ \sum_i A_o^i(\tau_{Bj}) \left(\sum_k \prod_l \overline{\sigma_{C,l} D_{C,l}} C^k(t) \right) \right\} \quad (17)$$

ただし、和、積は以下の条件を満たすものについて行う。

$$i: t_{Ai} < t_{Bj} \quad k: t_{Ai} < t_{Ck} < t_{Bj} \quad l: t_{Ai} < t_{Cl} < t_{Ck}$$

(17)式は機器 A による支援のもとで起動し運転状態にある機器 C に新たに機器 B の支援が加わり機器 A の支援を引き継ぐ現象を表現している。この現象を本論文では“Takeover”と呼び、 $A_o^i(\tau_{Bj})$ を“Takeover Factor”と呼んでいる。機器 C の運転状態表現中で機器 C 以外の他機器からの支援部分に現れる変数 t を τ (新たな支援が与えられた時刻で固定したもの) に置き換えた部分が“Takeover Factor”に相当している。

機器 C の起動開始は機器 B の起動開始に先立って行われており、後から運転状態になった機器により運転支援が行われている状態である。

図 3 の構造でなくても、一般に運転状態にある機器 C に新たな支援が加わった場合“Takeover”の現象が発生し得る。

この“Takeover”の現象はループ運転が形成されるときに基本的な役割を果たしている。

機器 B が運転状態になった以降に起動される機器 C の運転状態は(7)式と同等の式となる。ただし、並列に支援している機器 A により (機器 B の起動以前に) 起動されてしまった機器 C は再度起動することはできないので、その分の事象を除いておく必要がある。そのような状況に置かれた機器 C の運転状態は(18)式で表

現される。

$$A_o^i(t) \left\{ \sum_k \prod_m \overline{\sigma_{C,m} D_{C,m}} \left(\sum_j \left[\overline{B_o^j(tCl_1)} + \sum_l B_o^j(tCl(l)) \overline{B_o^j(tCl(l+1))} \prod_n \overline{\sigma_{C,n} D_{C,n}} \right] + B_o^j(tCl_m) \prod_n \overline{\sigma_{C,n} D_{C,n}} \right) \right\} \cdot C^k(t) \quad (18)$$

ただし、各サフィックスの和は次の条件下において取られる。

$$k: t_{Ai} < t_{Ck} < t, \quad m: t_{Ai} < t_{Cm} < t_{Ck}, \quad j: t_{Bj} < t_{Ai}, \\ l: l_1 \leq l < l_m; \quad l_1 = \min(t_{Bj} \leq t_{Cl}), \quad l_m = \max(t_{Cl} \leq t), \\ n: t_{Bj} \leq t_{Cn} \leq t_{Cl}, \text{ or, } t_{Cl_m}$$

なお、機器 A と B が AND 結合されて機器 C を支援する場合は単純な積で表現できる [1]。

6. まとめ

単独では運転継続できず、他機器からの支援を必須とする機器の動作状態の表現方法を示した。一般に、機器を SS-type (自己支援型)、G-type (生成型)、T-type (伝達型) の 3 種類に分類し、それぞれの運転状態の表現式を論じた。また、複数の機器が並列で単一機器を支援する場合に見られる“Takeover”現象の表現式も与えた。

以上の結果はループ構造を持ったシステムの信頼性解析、アベイラビリティ解析を実施する際に必須の道具立てとなっている。

文 献

- [1] 松岡猛, “ブール代数方程式による論理ループ構造の信頼性解析”, 日本信頼性学会誌 Vol.32, no.5, pp.377-395, July 2010.
- [2] Takeshi Matsuoka, "An exact method for solving logical loops in reliability analysis", Reliability Engineering and System Safety, Vol.94, pp.1282-1288, 2009.
- [3] Takeshi Matsuoka, "Analysis of Logical Loops in Boolean System Models", Proceedings of International Conference on Probabilistic Safety Assessment and Management; PSAM10, June 2010.